

文章编号: 1000-7598-(2006)10-1781-05

基于 P - Y 曲线法的水平受荷桩非线性有限元分析

苏静波, 邵国建, 刘 宁

(河海大学 土木工程学院, 南京 210098)

摘 要: P - Y 曲线法是一种非线性地基反力法, 它考虑了土的非线性特性、分层特性、不同土类及荷载类型等因素, 适用于分析横向荷载作用下有较大变位的桩结构物。从 Newmark 方法弹簧支座的概念出发, 建立了桩土相互作用体系的接触非线性有限元分析模型, 采用复合地基反力法的 P - Y 曲线公式, 推导了作用于桩上的非线性弹簧弹性系数的计算公式, 基于 marc 有限元软件编制了相应的计算程序, 基于一阶 Taylor 随机有限元思想, 给出了土性参数对泥面位移的敏感性计算公式, 结合试桩资料的计算结果验证提出方法是合理可行的。

关 键 词: Newmark 方法; P - Y 曲线; 非线性弹簧; 敏感性; 有限元

中图分类号: TU 473

文献标识码: A

Nonlinear finite element analysis of piles under lateral load based on P - Y curves

SU Jing-bo, SHAO Guo-jian, LIU Ning

(College of Civil Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China)

Abstract: P - y curves method is one kind of nonlinear subgrade-reaction methods; it considers the nonlinear character, layer character, different kinds, and load kinds of ground soil. Starting from the concept of spring joint in Newmark method, the contact nonlinear finite element model is established for the pile-soil system. By the formula of P - Y curves of compound foundation reaction method, the formulas of elastic coefficients of nonlinear springs are deduced. The corresponding programs are organized based on Marc. Based on 1st Taylor stochastic finite element concept, the sensitivities of the displacement on the soil level for soil parameters are computed. By comparing the data of testing pile, the numerical results indicate the rationality and the feasibility of the presented method.

Key words: Newmark method; P - Y curves; nonlinear spring; sensitivity; FEM

1 前 言

P - Y 曲线法是一种非线性地基反力法, 它考虑了土的非线性特性、分层特性、不同土类及荷载类型等因素, 适于分析横向荷载作用下的桩结构物, 特别是分析横向荷载作用下有较大变位的桩结构物。 P - Y 曲线法最早由 Matlock 等^[1~3]提出, 并被列入美国 API 规范。我国学者也进行了大量地研究^[4~11], 提出了适合于我国土质特性的 P - Y 曲线公式和一些基于 P - Y 曲线的桩结构物计算方法^[12~15], 这些方法都是基于有限差分思想, 但对变截面桩或桩结构物与其他结构物共同作用体系等情况下的计算存在一定的困难。对于土性参数对泥面位移和桩身最大弯矩的影响, 文[14]做了定性分析, 文[15]用差分方法作了定量分析, 叶万灵等^[16]提出了水平

受荷桩的非线性 NL 计算方法, 王梅等^[17]对水平受荷单桩 m 法进行了试验研究, 洪平等^[18]对水平受荷桩的可靠性进行了分析。本文基于 Newmark 法设置弹簧支座的概念, 建立了分析 P - Y 曲线下桩结构物变形及内力的非线性有限元分析模型, 并给出了土性参数对泥面位移敏感性大小的定量计算方法。

2 复合地基反力法的 P - Y 曲线理论

长桩桩顶受到水平力后桩附近的土从地面开始屈服, 塑性区逐渐向下扩展。复合地基反力法在塑性区采用极限地基反力法, 在弹性区采用弹性地基反力法, 再根据弹性区和塑性区边界上的连续条件求桩的水平抗力。由于塑性区与弹性区水平地基反力分布的不同假设, 复合地基反力计算方法有: 长尚法、竹下法、斯耐特科法^[5]和目前广泛采用的 P - Y

曲线法。单桩非循环荷载作用下的 P - Y 曲线公式如下所述^[11]。

2.1 软黏土的 P - Y 曲线公式

软黏土 ($c_u \leq 96$ kPa) 的 P - Y 曲线公式为

$$\left. \begin{aligned} \frac{P}{P_u} &= 0.5 \left(\frac{Y}{Y_{50}} \right)^{1/3}, \quad \frac{Y}{Y_{50}} < 8 \\ \frac{P}{P_u} &= 1, \quad \frac{Y}{Y_{50}} \leq 8 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中, P 为地面以下 x 深度处作用于桩上的水平土抗力(kPa); P_u 为桩侧单位面积的极限水平土抗力(kPa), 计算公式见文[11]; Y 为地面以下 x 深度处桩的侧向水平变形(mm); Y_{50} 为桩周土达极限土抗力之半时桩的侧向水平变形(mm), $Y_{50} = 2.5\varepsilon_{50}B$; ε_{50} 为三轴试验中最大主应力差一半时的应变; B 为桩的宽度或直径(m)。

2.2 硬黏土的 P - Y 曲线公式

硬黏土 ($c_u > 96$ kPa) 的 P - Y 曲线公式为

$$\left. \begin{aligned} \frac{P}{P_u} &= 0.48 \left(\frac{Y}{Y_{50}} \right)^{1/3}, \quad \frac{P}{P_u} < 1 \\ \frac{P}{P_u} &= 1, \quad \frac{P}{P_u} \geq 1 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

由于硬黏土比软黏土脆性大, 且影响的不确定因素较多, 目前对其研究还很不成熟, 可以由试桩资料绘制 P - Y 曲线, 若没有试桩资料则可按式(2)计算。在桩周土达极限土抗力之半时桩的侧向水平变形 $Y_{50} = 0.015 8a_v^{1.15} B^{3/4}$, 其中 a_v 为地基土压缩系数(MPa⁻¹)。

2.3 砂土的 P - Y 曲线公式

砂土中桩的 P - Y 曲线公式为

$$P = \psi P_u \tanh \left(\frac{Kx}{\psi P_u} Y \right) \quad (3)$$

式中 ψ 为考虑循环荷载与非循环荷载的系数, 非循环荷载时为

$$\psi = \left(3.0 - 0.8 \frac{x}{B} \right) \geq 0.9 \quad (4)$$

K 为土抗力的初始模量, 与砂土内摩擦角有关, 根据图形查得, 也可以根据公式计算^[9]。

3 基于 P - Y 曲线的非线性弹簧

Newmark 法的基本概念是把桩划分成若干段, 将沿每段桩侧土体的横向抗力变换为一等效的弹簧支座在该段, 弹簧的弹性系数则根据该处桩侧土的

特性而定, 从而所有问题都化求解算支承在一系列弹簧支座上的连续梁, 用 Newmark 数值计算法求出梁的内力及位移。

设桩入土长度为 h , 单元总数为 n , 单元长度 $\lambda = h/n$, 由于 $K(z) = m(x + x_0)^n$, x_0 为地面处与土的黏聚力有关的系数, 则第 i 个弹簧的弹性系数^[19]为

$$K_i = \int_{(i-1/2)\lambda}^{(i+1/2)\lambda} BK(x)dx \quad (5)$$

由式(5)积分可得:

$$K_0 = \frac{m_1 B}{n+1} \left[(x_0 + \lambda/2)^{n+1} - x_0^{n+1} \right] \quad (6)$$

$$K_n = \frac{m_j B}{n+1} \left[(x_0 + h)^{n+1} - (x_0 + h - \lambda/2)^{n+1} \right] \quad (7)$$

$$K_i = \frac{m_j B}{n+1} \left\{ \left[x_0 + \left(i + \frac{1}{2} \right) \lambda \right]^{n+1} - \left[x_0 + \left(i - \frac{1}{2} \right) \lambda \right]^{n+1} \right\}, \quad i = 1, 2, \dots, n-1 \quad (8)$$

式中 m_j 为第 i 个弹簧位置相应的 m 值。当式中计算的单元含有两种 m 值时应分开计算, 再叠加。

基于以上 Newmark 法弹簧设置计算方法, 本文将将其推广用于 P - Y 曲线方法的非线性弹簧的设置。其求解基本步骤如下:

①根据土性参数大概取定各层土的 m 值, 通过 Newmark 方法计算各个相应位置弹簧的弹性系数, 将此值作为弹簧弹性系数的初值; 基于 marc 有限元软件计算梁弹簧结构体系的位移、转角, 将此位移、转角作为梁的初始位移和转角。

②根据第①步计算的位移、转角, 采用有限元插值函数理论求出任一入土深度 x 处的水平位移 $Y = N_1 Y_i + N_2 \theta_{zi} + N_3 Y_j + N_4 \theta_{zj}$, 其中 Y_i 、 θ_{zi} 、 Y_j 、 θ_{zj} 分别为该点所处单元两端节点的位移和转角, $N_1 = 1 - 3\xi^2 + 2\xi^3$, $N_2 = \xi - 2\xi^2 + \xi^3$, $N_3 = 3\xi^2 - 2\xi^3$, $N_4 = -\xi^2 + \xi^3$, ξ 为单元局部坐标下的形函数。

③由 x 、 Y 值, 根据式(1)~(3)计算桩上入土深度 x 处的水平土抗力 $P(x, Y)$, 从而可得任意点处的地基系数 $K(x) = P(x, Y)/Y$ 。

④设桩入土长度为 h , 单元总数为 n , 单元长度为 $\lambda = h/n$, $K(x) = P/Y$, 则可得第 i 个弹簧的弹性系数为

$$K_i = \int_{(i-1/2)\lambda}^{(i+1/2)\lambda} K(x)dx \quad (9)$$

4 P - Y 法有限元分析过程及敏感性分析方法

以上公式均是针对单桩结构物的公式, 对于多桩结构物弹簧的设置可以类似考虑, 但要考虑群桩效应系数。基于 P - Y 曲线方法的有限元分析过程实际上是一个不断改变弹簧弹性系数的接触非线性分析过程, 其具体分析过程为

①用 **marc** 有限元软件建立桩土作用的梁-弹簧结构体系分析模型;

②将模型初始弹簧弹性系数设为 **Newmark** 法所得出的弹簧系数, 通过 **marc** 计算得出桩的位移和转角;

③将第②步位移作为初始位移 Y_0 , 通过式(9)可以得出下一次计算所需的弹簧弹性系数, 再通过 **marc** 计算桩的位移 Y_1 、转角、内力等;

④检验 $\|Y_1 - Y_0\|_2 \leq EPS$ (为一较小正数) 是否成立, 若不成立, 则 $Y_0 = Y_1$, 返回第③步直到收敛条件满足为止, 执行下一步骤。

⑤通过 **marc** 结果文件得出桩结构的位移、转角和应力等。

对于比较重要的工程, 一般都要做桩基载荷试验, 根据试桩资料反演 P - Y 曲线公式的参数。由于 P - Y 曲线方法中涉及参数有黏性土的 γ 、 c_u 、 ζ 、 ε_{50} 、 c 、 φ 、 α_v 和砂土的 γ 、 φ 等, 尤其当土层较多时参数较多, 不可能对所有参数进行反演。因此只需对桩位移、内力等敏感性较大的参数进行反演即可, 本文选取各参数对泥面位移的敏感性程度作为评判点。在具体分析过程中, 由于各参数的数量级大小不一致, 泥面位移对参数的偏导数有较大的差别, 不能简单地认为偏导数越大, 该参数对泥面位移的敏感性就越大。对于随机变量, 一般采用其变异系数来描述其离散的程度, 合理地评判标准是针对不同的土体参数, 在相同的变异系数下假设其他参数为确定性的量, 计算由该参数的变异性所引起的泥面位移的变化幅度(一般采用标准差 σ 来表征)。泥面位移变化的幅度越大, 则该土体参数对泥面位移的敏感性就越大。

泥面位移 Y_{mud} 在土体参数 x_i 的均值点 $\bar{x}_i$ 处进行一阶 Taylor 展开为

$$Y_{\text{mud}} \approx Y_0|_{\bar{x}_i} + \left. \frac{\partial Y_{\text{mud}}}{\partial x_i} \right|_{\bar{x}_i} (x_i - \bar{x}_i) \quad (10)$$

根据式(10), Y_{mud} 的均值和方差为

$$Y_{\text{mud}} = Y_0|_{\bar{x}_i} \quad (11)$$

$$\text{Var}(Y_{\text{mud}}) = \left(\left. \frac{\partial Y_{\text{mud}}}{\partial x_i} \right|_{\bar{x}_i} \right)^2 \text{Var}(x_i) \quad (12)$$

则泥面位移的标准差为

$$\sigma_{Y_{\text{mud}}} = \sqrt{\text{Var}(Y_{\text{mud}})} \quad (13)$$

由式(12)可知, 参数对泥面位移的敏感性大小不仅与泥面位移对土体参数的偏导数有关, 而且还与参数的变异性有关, 求解泥面位移对土体参数的偏导数之后, 即可得到土体参数对泥面位移的敏感性的大小。采用直接偏导的方法进行土体参数敏感性分析, 程序实现十分繁琐, 计算工作量也比较大。文[20]对偏导数求解的直接偏导数法和直接差分法进行了比较, 认为直接差分法其差分步长取为 $1/100 \sim 1/1\,000$, 其计算结果与直接偏导相差不大, 精度可以满足实际工程要求, 本文采用直接差分法来求土体参数对泥面位移的偏导数。

5 实例分析

某码头预应力管桩试桩资料^[12]: 桩的直径为 1 m, 断面刚度 $EI=1.332\,467\text{ kPa}$, 泥面以上桩长 8.055 m, 泥面以下桩长 35.6 m。土有两层: 表层为淤泥质亚黏土, 厚 2 m, $c_u=18\text{ kPa}$, $\gamma=18\text{ kN/m}^3$, $\varepsilon_{50}=0.08$; 第二层土为砂土, 厚 33.6 m, $\varphi=26^\circ$, $\gamma=18\text{ kN/m}^3$ 。图 1 为有限元分析模型示意图, 总共划分 304 个单元, 其中泥面以上划分 64 个单元, 共设置 241 个弹簧。弯矩沿桩长的变化规律图(以 40 kN 水平荷载为例)见图 2, 位移、弯矩计算值与实测值的对比见表 1。

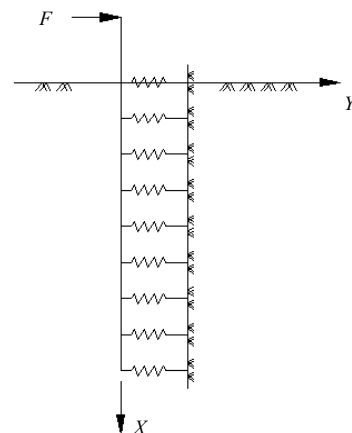


图 1 梁-弹簧系统有限元分析模型示意图

Fig.1 Beam-spring system finite element analysis model

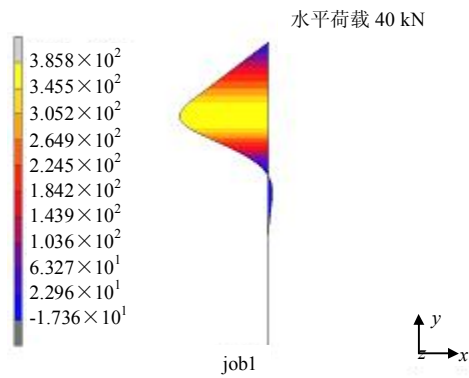


图 2 弯矩沿桩长的变化规律图(单位: kN·m)
Fig.2 Bending moment along pile length(unit: kN·m)

表 1 计算结果与实测值对比表

Table 1 Contrast of calculated and measured results

水平荷载 /kN	比较项目	实测值	文[12]	本文
40	泥面位移/mm	6.36	6.304	6.335
	最大弯矩/kN·m	372.0	384.4	385.8
	最大弯矩位置/m		2.67	2.60
60	泥面位移/mm	11.70	10.79	10.936
	最大弯矩/kN·m	635.8	601.8	621.8
	最大弯矩位置/m		3.11	3.05

从表 1 可以看出, 本文计算的位移值与实测值接近, 最大弯矩相差稍大一些。总的来说, 泥面位移及最大弯矩均与实测值吻合较好, 这说明在横向荷载作用下考虑桩土之间的非线性相互作用的计算是有意义的, 亦说明本文方法是合理可行的。

在进行敏感性分析时所有参数的变异系数均取为 0.1, 此时采用其中某一参数值变化而引起泥面位移的改变作为敏感性大小程度的判据, 计算结果见表 2, 可以看出黏性土的不排水抗剪强度 c_u 和砂土的内摩擦角 φ 对泥面位移的敏感性较大, 砂土的重度对泥面位移的敏感性最小, 这与文[14]所获得的结论是一致的。

表 2 土性参数对泥面位移的敏感性分析表

Table 2 Sensitivity analysis of displacement on the soil level for soil parameters

黏土 参数	泥面位移对参数 的偏导数	参数标准差	泥面位移标准差值 /mm
c_u /kPa	-5.62×10^{-2}	1.80×10^0	1.01×10^{-1}
γ /kPa	-1.45×10^{-2}	1.80×10^0	2.61×10^{-2}
ε_{so}	5.47×10^0	8.00×10^{-3}	4.37×10^{-2}
ζ	-2.60×10^{-1}	4.50×10^{-2}	1.17×10^{-2}
γ /kPa	-1.94×10^{-3}	1.80×10^0	3.50×10^{-3}
φ /($^\circ$)	-6.35×10^{-2}	2.60×10^0	1.65×10^{-1}

6 结 论

P - Y 曲线方法是我国现行港工桩基规范推荐的计算桩水平承载力的三种方法之一, 由于其考虑非

线性、计算比较复杂, 应用仍然受到了一定的限制。

(1) 本文提出一种将土体模拟为非线性弹簧支座的接触非线性有限元模型。通过计算获得的位移、转角可不断地修正弹簧的弹性系数, 直至结构位移、内力的收敛, 实例分析表明本文方法是合理、可行的。

(2) 本文方法推广应用于群桩结构时, 只需考虑相应的群桩效应系数, 将桩作为梁单元则可以考虑桩截面的变化, 可以与其他单元诸如实体单元、壳单元等连接, 应用于有桩存在的其他结构物如高桩码头、柔性靠船墩等, 亦可考虑梁的几何非线性问题。

(3) 基于一阶 Taylor 随机有限元的思想, 推导出了土性参数对泥面位移的敏感性计算公式, 也可用于计算土性参数对桩身最大弯矩的敏感性, 对于桩基载荷试验中参数的反演具有实际意义。实例计算结果表明黏性土的不排水抗剪强度和砂土的内摩擦角对泥面位移的敏感性较大。

参 考 文 献

- [1] Matlock H S. Correlation for design of laterally loaded pile in soft clay[A]. **Proceedings of 2nd Offshore Technology Conference**[C], Houston: [s.n.], 1970.
- [2] Reese L C, Cox W R, Koop F D. Field testing and analysis of laterally loaded piles in stiff clay[A]. **Proceedings of 7th Offshore Technology Conference** [C]. Houston: [s.n.], 1975.
- [3] Stevens J and Audibert J. Re-examination of p - y curve formulations[A]. **Proceedings of 11th Offshore Technology Conference**[C]. Houston: [s.n.], 1979.
- [4] 王惠初, 武冬青, 田平. 黏土中横向静载桩 P - Y 曲线的一种新的统一法[J]. 河海大学学报, 1991, 19(1): 9—17. WANG Hui-chu, WU Dong-qing, TIAN Ping. A new unified method of P - Y curve for laterally loaded pile groups in plasticity soil[J]. **Journal of Hohai University**, 1991, 19(1): 9—17.
- [5] 杨克己, 韩理安. 桩基工程[M]. 北京: 人民交通出版社, 1992.
- [6] 田平, 王惠初. 黏土中横向周期性荷载桩的 P - Y 曲线统一法[J]. 河海大学学报, 1993, 21(1): 9—14. TIAN Ping, WANG Hui-chu. A unified method of P - Y curve for laterally and circularly loaded pile in plasticity soil[J]. **Journal of Hohai University**, 1993, 21(1): 9—14.
- [7] 谢耀峰. 水平荷载下群桩 P - Y 曲线的试验研究[J]. 土工基础, 1996, 10(2): 27—34. XIE Yao-feng. Experimental investigation on P - Y curves of pile groups under lateral load[J]. **Soil Engineering and Foundation**, 1996, 10(2): 27—34.

- [8] 谢耀峰. 横向承载群桩性状及承载力研究[J]. 岩土工程学报, 1996, 18(6): 39—45.
XIE Yao-feng. Behavior and bearing capacity of laterally loaded pile groups[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 1996, 18(6): 39—45.
- [9] 杨国平, 张志明. 对大变位条件下横向受力桩 P - Y 曲线的研究[J]. 水运工程, 2002, 342(7): 40—45.
YANG Guo-ping, ZHANG Zhi-ming. Research on P - Y curve of laterally bearing piles under large displacement [J]. **Port & Waterway Engineering**, 2002, 342(7): 40—45.
- [10] 蔡亮, 鲁子爱, 韩洁. 横向荷载群桩效应分析[J]. 水运工程, 2003, 348(1): 4—7.
CAI Liang, LU Zi-ai, HAN Jie. Analysis of pile group effect under lateral loading[J]. **Port & Waterway Engineering**, 2003, 348(1): 4—7.
- [11] 中交水运规划设计院. 港口工程柔性靠船墩设计与施工技术规程[Z]. (征求意见稿)北京: 中交水运规划设计院, 2003.
- [12] 程泽坤. 基于 P - Y 曲线法考虑桩土相互作用的高桩结构物分析[J]. 海洋工程, 1998, 16(2): 73—82.
CHENG Ze-kun. Analysis of high-pile structures based on p - y curve method with consideration of interaction between pile and soil[J]. **The Ocean Engineering**, 1998, 16(2): 73—82.
- [13] 谢耀峰. 靠船桩的性状与计算[J]. 水运工程, 1995, 335(9): 1—9.
XIE Yao-feng. The behavior and computation of fender piles[J]. **Port & Waterway Engineering**, 1995, 335(9): 1—9.
- [14] 谢耀峰. 大变位水平承载高桩性状的研究[J]. 土木工程学报, 2000, 33(4): 74—79.
XIE Yao-feng. Large displacement of high piles under lateral load[J]. **China Civil Engineering Journal**, 2000, 33(4): 74—79.
- [15] 王腾, 董胜, 冯秀丽. 土参数对桩基水平响应影响的研究[J]. 岩土力学, 2004, 25(增刊): 71—74.
WANG Teng, DONG Sheng, FENG Xiu-li. Study on influence of soil parameters on lateral response of pile foundations[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2004, 25(Suup.): 71—74.
- [16] 叶万灵, 时蓓玲. 桩的水平承载力实用非线性计算方法——NL 法[J]. 岩土力学, 2000, 21(2): 97—101.
YE Wan-ling, SHI Bei-ling. A practical nonlinear calculation method of pile's lateral bearing capacity—NL method[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2000, 21(2): 97—101.
- [17] 王梅, 楼志刚, 李建乡, 等. 水平荷载作用下单桩非线性 m 法试验研究[J]. 岩土力学, 2002, 23(1): 23—26.
WANG Mei, LOU Zhi-gang, LI Jian-xiang, et al. Nonlinear analysis of 'm' method for single pile under lateral loading[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2002, 23(1): 23—26.
- [18] 洪平, 洪汉平. 水平荷载下桩的可靠性分析[J]. 岩土力学, 2004, 25(7): 1 111—1 115.
HONG Ping, HONG Han-ping. Reliability analysis of pile under lateral load[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2004, 25(7): 1 111—1 115.
- [19] 赵明华. 桥梁桩基计算与监测[M]. 北京: 人民交通出版社, 1999.
- [20] 郭志川, 刘宁, 余登飞. 地基沉降的随机有限元法和可靠度计算[J]. 土木工程学报, 2001, 34(5): 62—67.
GUO Zhi-chuan, LIU Ning, YU Deng-fei. Stochastic finite element and reliability analysis of the ground settlement[J]. **China Civil Engineering Journal**, 2001, 34(5): 62—67.

上接第 1780 页

- [7] Yang Jinzhong, Zhang dongxiao, Lu zhiming. Stochastic analysis of saturated-unsaturated flow in heterogeneous media by combing karhunen-loeve expansion and perturbation method[J]. **Journal of Hydrology**, 2003, 294(1-3): 18—38.
- [8] Zhang Dongxiao, Lu Zhiming. Stochastic analysis of flow in a heterogeneous unsaturated-saturated system[J]. **Water Resources Research**, 2002, 38 (2): 1 029—1 034.
- [9] Desbarats A J. Numeriacal estimation of effective permeability in sand-shale formations[J]. **Water Resources Research**, 1987, 23: 273—286.
- [10] Rubin Y. Flow and transport in bimodal heterogeneous formations[J]. **Water Resources Research**, 1995, 37: 2 461—2 468.
- [11] 史良胜, 杨金忠, 李少龙, 等. 基于 KL-Galerkin 解法的地下水流动随机分析[J]. 四川大学学报(工程科学版), 2005, 37(5): 31—35.
SHI Liang-sheng, YANG Jin-zhong, LI Shao-long, et al. Stochastic analysis of subsurface flow based on KL-Galerkin method[J]. **Journal of Sichuan University (Engineering Science Edition)**, 2005, 37(5): 31—35.